**KHOÁ HỌC: THUẬT TOÁN CHUYÊN SÂU – SAMSUNG PTIT – HÈ 2025**

**Buổi 9: LUYỆN ĐỀ**

\*\*\*

Thứ 7, ngày 23 tháng 08 năm 2025

**Giảng viên:** TS. Đỗ Đức Đông – Trường Đại học Công nghệ - Đại học Quốc gia Hà Nội

\*\*\*

**ĐỀ BÀI**

**BÀI 1. APALIN**

Một xâu được gọi là apalin nếu nó không chứa bất kì xâu đối xứng nào có độ dài lớn hơn 1. Cho xâu S độ dài n chỉ gồm các kí tự a đến z, hãy tìm cách thay tối thiểu số kí tự của 𝑆 để nhận được xâu apalin.

**Input**

* Dòng đầu chứa số nguyên n là độ dài của xâu S (n ≤ 2.105).
* Dòng thứ hai chứa xâu S.

**Output**

* Dòng đầu chứa số nguyên k là số kí tự ít nhất cần thay đổi.
* Dòng thứ hai là xâu apalin sau khi thay đổi.

**Ví dụ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 3  aaa | 2  abc |

**Subtask**

* **Subtask 1:** n ≤ 10;
* **Subtask 2:** Không có ràng buộc nào thêm.

**BÀI 2. CHIA KẸO**

Ba anh em An, Bình, Cường có n chiếc kẹo và muốn chia n chiếc kẹo thành 3 phần, sau đó mỗi người sẽ nhận một phần.

An rất yêu thích số a vì đó là ngày sinh của An, do đó An sẽ chỉ nhận phần mà có số kẹo là bội của a, thậm chí An sẽ không nhận kẹo nếu không có phần nào là bội của a. Tương tự, Bình và Cường có số yêu thích tương ứng là b và c và cũng chỉ nhận phần có số kẹo là bội của số mà mình yêu thích.

Vì vậy, ba anh em quyết định sẽ tìm cách tách số n thành 3 số nguyên không âm x, y, z thỏa mãn yêu cầu sau:

* x + y + z = n
* x chia hết cho a; y chia hết cho b; z chia hết cho c

Cho 4 số nguyên dương n, a, b và c. Hãy đếm số cách tách n thành 3 số nguyên không âm x, y, z thỏa mãn yêu cầu của ba anh em.

**Input**

* Dòng đầu là số bộ test T
* Mỗi bộ test là một dòng gồm 4 số nguyên n, a, b và c. Các số cách nhau đúng một dấu cách (n ≤ 109; a, b, c ≤ 31)

**Output.** Với mỗi bộ test, ghi ra kết quả tìm được trên 1 dòng

**Ví dụ.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 2  10 3 3 4  10 6 6 6 | 3  0 |

**Subtask.**

* **Subtask 1 (50%):** T ≤ 3;
* **Subtask 2 (50%):** T ≤ 103.

**BÀI 3. KPNUM**

Xét các số nguyên không âm có dạng a1, a2, …, an trong đó ai nhận giá trị từ 1 đến k. Một đoạn chữ số từ vị trí thứ L đến vị trí thứ L + 9 được gọi là đoạn hoàn hảo nếu:

* aL + aL + 1 + … + aL+ 9 = 20
* Các chữ số aL , aL + 1, … , aL+ 9 có thể chia làm 2 nhóm có tổng bằng nhau.

Cho các số n, k, m, D và m vị trí p1, p2, …, pm, hãy đếm số lượng số nguyên không âm có dạng a1a2…an (ai nhận giá trị từ 1 đến k) mà có m đoạn hoàn hảo lần lượt bắt đầu từ p1, p2, …, pm theo modulo D.

**Input**

* Dòng đầu gồm bốn số nguyên n, k, m và D (n ≤ 100; k ≤ 9; D ≤ 109);
* Dòng thứ hai gồm m số nguyên p1, p2, …, pm (1 ≤ p1 < p2 < ⋯ < p𝑚 ≤ n − 9).

**Output.** Gồm một dòng chứa một số nguyên r, trong đó r là phần dư của số lượng số thỏa mãn chia cho D.

**Ví dụ.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 15 2 2 123  1 3 | 8 |

**Subtask.**

* **Subtask 1:** m = 1;
* **Subtask 2:** m = 2**;**
* **Subtask 3:** m ≤ 5;

**BÀI 4. BẢNG THÔNG TIN ĐIỆN TỬ**

Bảng thông tin điện tử được lắp trên các đường phố để cung cấp ngắn gọn các thông tin quan trọng, các sự kiện, khẩu hiệu, ... . Công ty điện tử Sáng Sao vừa cho xuất xưởng một bảng thông tin điện tử có các đặc điểm sau:

* Bảng điện tử là một hàng gồm n vị trí, mỗi vị trí hiển thị một ký tự.
* Các vị trí được đánh số từ 1 đến n từ trái qua phải.
* Các ký tự chạy từ phải qua trái.
* Cứ mỗi giây ký tự ở vị trí i chuyển sang vị trí i −1 (i = 2, 3, …, n) và ký tự mới từ xâu dữ liệu vào được lên bảng ở vị trí n.
* Ban đầu, tất cả các vị trí đều chứa dấu cách.

Trong thời gian thử nghiệm, để kiểm tra chất lượng bảng, Công ty Sáng Sao cho phát lên bảng xâu S được tạo thành từ cách viết liên tiếp các số tự nhiên 1, 2, 3, 4, ..., 1015. Như vậy, phần đầu của xâu, khi viết đến số 14 sẽ là 1234567891011121314. Nếu n = 5 thì ở giây thứ 19 kể từ lúc bắt đầu phát thử nghiệm trên bảng thông tin sẽ có nội dung là 21314.

**Yêu cầu:**

Cho xâu T độ dài n, chỉ chứa các ký tự số trong phạm vi từ 0 đến 9. Hãy xác định thời điểm lần đầu tiên xuất hiện xâu T, giả thiết là thời điểm bắt đầu phát thử nghiệm là 0.

**Input**

* Dòng đầu tiên chứa số nguyên n;
* Dòng thứ 2 chứa xâu T độ dài n.

**Output**

Một số nguyên k là thời điểm lần đầu tiên xuất hiện xâu T. Nếu T không xuất hiện ghi -1.

**Ví dụ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 5  21314 | 19 |

**Subtask:** Có 70 test, trong đó:

* **Subtask 1 (20%):** Test 1 🡪 14: n ≤ 6;
* **Subtask 2 (40%):** Test 14 🡪 42: 6 < n ≤ 30;
* **Subtask 3 (40%):** Test 43 🡪 70: 30 < n ≤ 150.

**BÀI 5. CHỌN ĐIỂM**

Các nhà khoa học đang nghiên cứu để xây dựng trạm vũ trụ quốc tế theo tiêu chuẩn mới. Ban đầu, họ sẽ lắp đặt nó ở trung tâm hàng không vũ trụ trên mặt đất sau đó dùng tàu vũ trụ để đưa trạm lên quỹ đạo. Họ biểu diễn trung tâm bằng hệ toạ độ đề- các hai chiều, trên đó đánh dấu sẵn 29 điểm (được đánh số từ 0 đến 28) có toạ độ là các số nguyên không âm, và là các vị trí thuận lợi cho việc vận chuyển vật liệu. Tiếp theo, họ cần chọn ra 8 điểm trong số đó để lắp đặt 8 mô-đun của trạm. Để thuận tiện cho việc đưa trạm vũ trụ vào quỹ đạo sau này, 8 điểm được chọn phải có trọng tâm là toạ độ nguyên. Nghĩa là, trung bình cộng hoành độ các điểm này là một số nguyên và trung bình cộng tung độ các điểm này cũng là một số nguyên.

Do sơ suất nên phương án chọn 8 điểm đã bị mất. Là một kỹ sư tài năng, Bob được giao nhiệm vụ thiết kế và vận hành một máy tính đơn giản để tìm 8 điểm mà trọng tâm của chúng có toạ độ nguyên. Máy có 64 ô nhớ được đánh số từ 0 đến 63, mỗi ô nhớ đều lưu trữ được các số nguyên không âm có 30 bit, giá trị ô nhớ thứ i được kí hiệu là Ai. Các phép toán mà máy có thể thực thi là:

* add (i, j, k): Tính Ai + Aj và gán kết quả vào Ak, nếu kết quả là một số nguyên có nhiều hơn 30 bit thì sẽ chỉ được giữ lại 30 bit cuối.
* sub(i, j, k): Tính Ai − Aj và gán kết quả vào Ak, nếu kết quả là một số âm thì sẽ được đặt bằng 0.
* half(i, j): Tính phần nguyên của và gán kết quả vào Aj.

Lưu ý, các chỉ số i, j, k có thể bằng nhau và 0 ≤ i, j, k ≤ 63.

Ngoài ra, máy có một đèn tín hiệu với rất nhiều dãy dẫn đầu vào, mỗi dãy có thể được cắm vào một ô nhớ. Đèn sẽ sáng khi trong số các ô nhớ được cắm vào, tồn tại hai ô có giá trị bằng nhau.

Hiện tại, toạ độ của 29 điểm đã được nạp vào máy, hoành độ của điểm thứ i được nạp vào ô nhớ 2i và tung độ của điểm thứ i được nạp vào ô nhớ 2i + 1. Các ô nhớ còn lại đều có giá trị bằng 0.

Hãy giúp Bob đưa ra các lệnh tính toán, thay đổi các dãy dẫn của đèn và quan sát trạng thái đèn để tìm ra được chỉ số của 8 điểm mà ban đầu trọng tâm của chúng có toạ độ nguyên, sao cho số lần quan sát đèn là càng ít càng tốt và số lệnh tính toán sử dụng là không quá 105. Nếu có nhiều cách chọn ra 8 điểm, chỉ cần đưa ra một cách bất kỳ trong số đó.

**Tương tác**

Đây là bài toán tương tác không thích ứng. Hệ thống cung cấp thư viện cpointlib.h chứa các hàm sau:

* void add(int i, int j, int k): Thực hiện phép toán add.
* void sub(int i, int j, int k): Thực hiện phép toán sub.
* void half(int i, int j): Thực hiện phép toán half.
* bool ask(string S): Cắm dãy dẫn vào các ô nhớ và quan sát đèn. S là xâu nhị phân độ dài 64, kí tự thứ i là '1' nếu ô nhớ i được cắm vào, ngược lại là '0'. Hàm trả về true nếu đèn sáng, false nếu không sáng.

**Chi tiết cài đặt**

Thí sinh cần cài đặt hàm sau trong file cpoint.cpp:

#include "cpointlib.h"

vector <int> solve() {

// Code của thí sinh

}

Hàm solve phải trả về một vector chứa 8 chỉ số của các điểm được chọn.

**Chấm điểm**

Gọi Q là số lần quan sát đèn trong phương án của thí sinh. Thí sinh sẽ nhận được:

* 0 điểm nếu Q > 276;
* (0.2 \* 0.95Q - 174)% số điểm nếu 174 ≤ Q ≤ 276;
* (0.2 + 0.2 \* 0.95Q - 94)% số điểm nếu 94 ≤ Q < 174;
* (0.4 + 0.5 \* 0.8Q - 76)% số điểm nếu 76 ≤ Q < 94;
* (0.9 + 0.1 \* 0.8Q - 66)% số điểm nếu 66 < Q < 76;
* 100% số điểm nếu Q ≤ 66.

**Ràng buộc**

Các hoành độ và tung độ của 29 điểm đều là số nguyên không âm và nhỏ hơn 230.

**Subtask**

* **Subtask 1 (20 điểm):** Có ít nhất 8 điểm trong 29 điểm mà cả tung độ và hoành độ đều chia hết cho 8.
* **Subtask 2 (80 điểm):** Không có ràng buộc nào thêm.

**----------HẾT----------**